

自編講義 4-3 一元二次方程式的應用



1. 設甲數 x 乙數 $11-x$

$$x(11-x)=18$$

$$(x-9)(x-2)=0$$

$$x^2-11x+18=0$$

$$x=9 \text{ or } 2(\text{不合})$$

答：9

2. $(3x-5)(x+2)=42$

$$x=4 \text{ or } -\frac{13}{3}(\text{不合})$$

$$3x^2+x-52=0$$

$$\text{長}=3 \times 4-5=7$$

$$(x-4)(3x+13)=0$$

$$\text{寬}=4+2=6$$

答：長 7 公分 寬 6 公分

3. 設今年 x 歲

$$(x-2)(x+3)=204$$

$$(x-14)(x+15)=0$$

$$x^2+x-210=0$$

$$x=14 \text{ or } -15(\text{不合})$$

答：14 歲

4. 設三數為 x , $x+1$, $x+2$

$$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=245$$

$$(x-8)(x+10)=0$$

$$3x^2+6x-240=0$$

$$x=8 \text{ or } -10(\text{不合})$$

$$x^2+2x-80=0$$

$$8+1=9 \quad 8+2=10$$

答：三數為 8、9、10

5. 設今年 x 歲

$$x+3=(x-3)^2$$

$$(x-6)(x-1)=0$$

$$x^2-7x+6=0$$

$$x=6 \text{ or } 1(\text{不合})$$



答：6 歲

6. (1) 設某正數 x

$$x^2-2x=63$$

$$(x-9)(x+7)=0$$

$$x^2-2x-63=0$$

$$x=9 \text{ or } -7(\text{不合})$$

答：9

(2) $9^2 = 81$

答：81

7. 設原寬 x 公尺 原長 $x+2$ 公尺

$$x(x-2) = \frac{1}{2}x(x+2) \quad x(x-6) = 0 \quad 6+2=8$$

$$x^2 - 2x = \frac{1}{2}x^2 + x \quad x^2 - 6x = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0 \quad x = 0 \text{ (不合) or } 6$$

答：長 8 公尺 寬 6 公尺

8. 設路寬 x 公尺

$$(24-x)(12-x) = 189 \quad (x-3)(x-33) = 0$$

$$x^2 - 36x + 99 = 0 \quad x = 3 \text{ or } 33 \text{ (不合)}$$

答：3 公尺

9. 設路寬 x 公尺

$$(30-3x)(40-4x) = 128 \times 6 \quad x^2 - 20x + 36 = 0$$

$$3(10-x) \cdot 4(10-x) = 768 \quad (x-2)(x-18) = 0$$

$$(10-x)(10-x) = 64 \quad x = 2 \text{ or } 18 \text{ (不合)}$$

答：2 公尺

10. 設垂直牆長 x 公尺 平行牆長 $(70-2x)$ 公尺

$$x(70-2x) = 600 \quad x = 15 \text{ or } 20$$

$$x^2 - 35x + 300 = 0 \quad \textcircled{1} \quad x = 15 \Rightarrow 70 - 2 \times 15 = 40$$

$$(x-15)(x-20) = 0 \quad \textcircled{2} \quad x = 20 \Rightarrow 70 - 2 \times 20 = 30$$

答：15 公尺, 40 公尺 或 20 公尺, 30 公尺

11. (1) 設買超過 4 包有 x 包

$$(4+x)(50-x) = 329 \quad \therefore \text{限購 25 包}$$

$$x^2 - 46x + 129 = 0 \quad \therefore x = 3$$

$$(x-3)(x-43) = 0 \quad 4+3=7$$

$$x = 3 \text{ or } 43$$



答：7 包

$$(2) \quad (4+x)(50-x)=470 \quad x=23 \pm \sqrt{259}$$

$$x^2 - 46x + 270 = 0 \quad \therefore x \text{ 一定是整數}$$

$$(x-23)^2 = 259 \quad \therefore \text{無解}$$

答：無解

12. 設直角三角形三邊長為 x , $x+2$, $x+4$

$$x^2 + (x+2)^2 = (x+4)^2 \quad x=6 \text{ or } -2 \text{ (不合)}$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \quad \rightarrow \text{三邊長 } 6、8、10$$

$$(x-6)(x+2)=0 \quad \text{直角三角形面積} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

答：24 平方單位

13. 設增加 x 人 $\rightarrow$ 共有 $(30+x)$ 人 每人收 $(5000-100x)$ 元

$$(30+x)(5000-100x)=160000 \quad (x-10)(x-10)=0$$

$$(30+x) \cdot 100(50-x)=160000 \quad x=10 \text{ or } 10$$

$$(30+x)(50-x)=1600 \quad \rightarrow 30+10=40$$

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

答：40 人

14. $\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1} \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (負不合)}$

$$x^2 = x+1 \quad \rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$



答： $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

15. 設原來時速 $x \text{ km/h}$

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+30} = 1 \quad x^2 - 10x - 600 = 0$$

等號兩邊同乘 $x(x+30)$

$$20(x+30) + 20x = x(x+30) \quad (x-30)(x+20)=0$$

$$x=30 \text{ or } -20 \text{ (不合)}$$

答：30 km/h

$$16. \quad \frac{1800}{x} = \frac{1800}{x+5} + 12$$

$$x^2 + 5x - 750 = 0$$

等號兩邊同乘 $x(x+5)$

$$(x-25)(x+30) = 0$$

$$1800(x+5) = 1800x + 12x(x+5)$$

$$x = 25 \text{ or } -30 \text{ (不合)}$$

答：25 人

$$17. \quad \overline{AC} = x \text{ cm} \quad \overline{BC} = (10-x) \text{ cm}$$

$$10x = (10-x)^2 + 4$$

$$(x-4)(x-26) = 0$$

$$x^2 - 30x + 104 = 0$$

$$x = 4 \text{ or } 26 \text{ (不合)}$$



答：4 cm

$$18. \quad \text{設十位數字 } x \quad \text{個位數字 } x-4$$

$$10x + x - 4 = 3x(x-4) + 10$$

$$x = 7 \text{ or } \frac{2}{3} \text{ (不合)}$$

$$3x^2 - 23x + 14 = 0$$

$$\text{個位數字} = 7 - 4 = 3$$

$$(x-7)(3x-2) = 0$$

→ 二位數為 73

答：73

$$19. \quad \text{設水池邊長 } x \text{ 公尺}$$

$$(14+x)(9+x) + (13+x)(15+x) - x^2 = 1003$$

$$(x-11)(x+62) = 0$$

$$x^2 + 23x + 126 + x^2 + 28x + 195 - x^2 = 1003$$

$$x = 11 \text{ or } -62 \text{ (不合)}$$

$$x^2 + 51x - 682 = 0$$

答：11 公尺

$$20. \quad \text{設正方形丙邊長 } x \text{ cm} \quad \rightarrow \text{長方形乙的兩邊 } x \text{ cm} \quad (x+1) \text{ cm}$$

$$1 = x(x+1)$$

$$D = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$$

$$\therefore x > 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

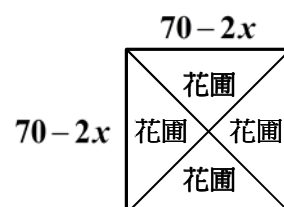
答： $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 公分

$$21. (1)(2) \quad (70-2x)^2 = 3600$$

$$x = 5 \text{ or } 65 \text{ (不合)}$$

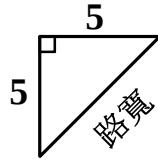
$$70-2x = \pm 60$$

$$2x = 70 \pm 60$$



答：(1) $(70-2x)^2$ 平方公尺 (2) $x=5$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 路寬} &= \sqrt{5^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$



答： $5\sqrt{2}$ 公尺

22. 時間相同時，速率比＝距離比

(1) $\because$ 甲、乙兩人速率比不變

$$\therefore x:(2x-24) = (2x-15):x$$

$$(2x-24)(2x-15) = x^2$$

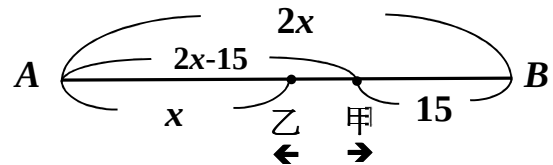
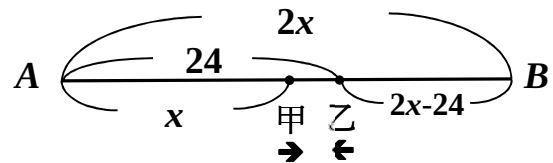
$$4x^2 - 78x + 360 = x^2$$

$$x^2 - 26x + 120 = 0$$

$$(x-6)(x-20) = 0$$

$$x = 6 \text{ or } 20 \text{ (不合)}$$

$$\rightarrow 2 \times 20 = 40$$



答：40 公里

$$(2) V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}} = 20:(40-24) = 20:16 = 5:4$$

答：5:4

23. 設 $\frac{b}{a} = x$

$$x + \frac{1}{x} - 1 = 5$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

等號兩邊同乘 x

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$\because a > b > 0 \quad \therefore 0 < x < 1$$

$$\rightarrow x = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 32$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = 3 - 2\sqrt{2}$$



答： $3 - 2\sqrt{2}$