

1. 求出下列各數的平方根

(1) 324 (2) 2.56 (3) $\frac{16}{49}$ (4) $\sqrt{16}$

解：(1) $\because 324 = 18^2 \therefore 324$ 的平方根 $= \pm 18$
 (2) $\because 2.56 = 1.6^2 \therefore 2.56$ 的平方根 $= \pm 1.6$
 (3) $\because \frac{16}{49} = (\frac{4}{7})^2 \therefore \frac{16}{49}$ 的平方根 $= \pm \frac{4}{7}$

(4) $\because \sqrt{16} = 4 = 2^2 \therefore \sqrt{16}$ 的平方根 $= \pm 2$

2. 求出下列各數的值

(1) $\sqrt{3.61}$ (2) $-\sqrt{441}$ (3) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$ (4) $-\sqrt{2^2 \times 5^4 \times 7^2}$

解：(1) $\sqrt{3.61} = \sqrt{1.9^2} = 1.9$

(2) $-\sqrt{441} = -\sqrt{21^2} = -21$

(3) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \sqrt{(\frac{7}{4})^2} = \frac{7}{4}$

(4) $-\sqrt{2^2 \times 5^4 \times 7^2} = -\sqrt{(2 \times 5^2 \times 7)^2} = -(2 \times 5^2 \times 7) = -350$

3. 計算下列各式的值

(1) $\sqrt{12^2}$ (2) $\sqrt{(-9)^2}$ (3) $\sqrt{\sqrt{256}}$

解：(1) $\sqrt{12^2} = 12$

(2) $\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$ 或 $\sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9$

(3) $\sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt{\sqrt{16^2}} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

4. 下列各數的值，哪些介於 6 和 7 之間？(請將答案圈選出來)

$\sqrt{34}, \sqrt{35}, \sqrt{37}, \sqrt{39}, \sqrt{40}, \sqrt{42}, \sqrt{45}, \sqrt{48}, \sqrt{50}, \sqrt{52}$

解： $\because 6 = \sqrt{36} \quad 7 = \sqrt{49}$

$\therefore$ 介於 6 和 7 之間的是 $\sqrt{37}, \sqrt{39}, \sqrt{40}, \sqrt{42}, \sqrt{45}, \sqrt{48}$

5. 判斷下列是否為完全平方數，若是求其平方根

(1) 1212 (2) 7056

解：(1) $\because 1212 = 2^2 \times 3 \times 101 \rightarrow$ 次方沒有都是偶數
 $\therefore$ 不是完全平方數

(2) $\because 7056 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 \rightarrow$ 次方皆為偶數

$\therefore$ 是完全平方數

$\because 7056 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 = (2^2 \times 3 \times 7)^2 = 84^2$

$\therefore 7056$ 的平方根 $= \pm 84$

6. 若 -3 是 $2x-5$ 的負平方根，求 $x = ?$

解： $\because -3$ 是平方根 $\rightarrow 9 = 2x-5$

$\therefore (-3)^2 = 2x-5 \quad 2x = 14$

$x = 7$

7. $(2x-5)^2$ 的正平方根為 11，求 $x = ?$

解： $\because 11$ 是平方根 $\rightarrow (2x-5)^2 = 121$

$\therefore 11^2 = (2x-5)^2 \quad 2x-5 = 11$ 或 -11

$x = 8$ 或 -3

8. 若 $5x-6$ 的正平方根是 7，求 $6x-2$ 的負平方根

解： $\because 7$ 是平方根 $\rightarrow 6x-2 = 6 \times 11 - 2 = 64$

$\therefore 7^2 = 5x-6 \quad 64$ 的負平方根 $= -\sqrt{64} = -8$

$5x-6 = 49$

$x = 11$

9. 若 $\sqrt{(3x-15)^2} + \sqrt{(y+3)^2} = 0$ ，求 $4x+2y$ 的平方根

解： $|3x-15| + |y+3| = 0 \rightarrow 4x+2y = 4 \times 5 + 2 \times (-3)$

$3x-15 = 0 \Rightarrow x = 5 \quad = 14$

$y+3 = 0 \Rightarrow y = -3 \quad 14$ 的平方根 $= \pm \sqrt{14}$

10. 已知一個正數的兩個平方根分別為 $-3x+2$ 和 $5x+2$ ，則這個正數為何？

解： $\because$ 任意正數皆有兩個平方根，且互為相反數，其和為 0

$\therefore (-3x+2) + (5x+2) = 0$

$2x+4 = 0$

$x = -2$

$\rightarrow$ 這兩個平方根為 ± 8

$\rightarrow$ 這個正數 $= (\pm 8)^2 = 64$

11. 設 a, b, c, d 皆為正整數，若欲 $\sqrt{270a}$ ， $\sqrt{\frac{270}{b}}$

$\sqrt{270+c}$ ， $\sqrt{270-d}$ 均為整數，求 a, b, c, d 的最小值

解： $\because 270 = 2 \times 3^3 \times 5 \quad \text{又} \because 16^2 < 270 < 17^2$

$\therefore a = 2 \times 3 \times 5 = 30 \quad \rightarrow 256 < 270 < 289$

$b = 2 \times 3 \times 5 = 30 \quad \therefore 270+c = 289 \quad c = 19$

$270-d = 256 \quad d = 14$

答： $a = 30, b = 30, c = 19, d = 14$

12. 利用下表求 $\sqrt{3969} - (7.810)^2 + \sqrt{650}$ 的近似值到小數第二位

解：

原式 $= \sqrt{63^2} - (\sqrt{61})^2 + \sqrt{10 \times 65}$

$= 63 - 61 + 25.495$

$= 27.495$

≈ 27.50

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
61	3721	7.810	24.698
62	3844	7.874	24.900
63	3969	7.937	25.100
64	4096	8.000	25.298
65	4225	8.062	25.495

13. a 為正整數，且 $60 < a < 150$ ，若 $\sqrt{a}$ 是正整數，則 a 有幾個？

解： $\because \sqrt{a}$ 是正整數 $\therefore a$ 為完全平方數

又 $60 < a < 150$

$\rightarrow a = 8^2, 9^2, 10^2, 11^2, 12^2 \rightarrow$ 共有 5 個

14. 試比較下列各組數的大小：

(1) $a = \sqrt{87}, b = 9, c = \sqrt{78}$

解： $\because b = 9 = \sqrt{81} \quad \therefore a > b > c$

(2) $a = -14, b = -\sqrt{189}, c = -\sqrt{199}$

解： $\because a = -14 = -\sqrt{196}$

又 $\sqrt{199} > \sqrt{196} > \sqrt{189}$

$\therefore -\sqrt{199} < -\sqrt{196} < -\sqrt{189}$

$\rightarrow b > a > c$